ソフトウェアモデル論（2013年度）
第1回・2013/09/26

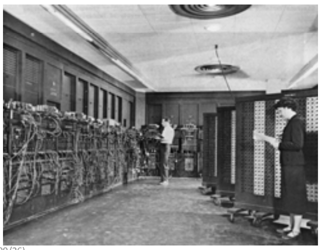
桑原 寛明
情報理工学部 情報システム学科

ソフトウェアモデル論

- ソフトウェア
  - 計算機にどのような計算を行うのか指示するもの
  - 翻って、計算機が行う計算を表現するもの
- モデル
  - 対象から本質を抽出してまとめたもの
- そもそも、「計算」とは何か？

歴史 (1/2)

- 電子計算機の出現は1940年代半ば頃
  - ENIAC など
  - その後数年程度でプログラム内蔵方式が出現



ENIAC
（出典：Wikimedia project）

歴史 (2/2)

- 電子計算機の出現以前に、数学者が「関数を計算するとはどういうことか」研究していた
  - 正確には、「計算できる関数とは何か」

チャーチの提唱

- 「計算できる関数」とは
  - 帰納的関数
  - λ計算
  - チューリング機械

  能力は同じ

  で計算できる関数ということにしよう
- この過程で、「計算する」とはどういうことか数学的に記述された
  - 特にチューリング機械で顕著

本講義のトピックス

- 有限オートマトンと正規表現
- チューリング機械
- 命題論理
- モデル検査

計算機科学の理論的な土台

オートマトンと論理の直接的な応用

ソフトウェアモデル論

ソフトウェアによって表現される

計算機が実行する計算の

形式モデルの基礎と応用を論ずる

数学的準備

集合

- 互いに区別できる「もの」の集まり
  - 「もの」を元とか要素と呼ぶ
  - 同じ要素は高々1つ
- { a, b, c }, { a, b, … }, { x | 条件 }
- $x \in S$
  - x は集合 S の要素
- 持っている要素が同じであれば等しい集合

空集合

- 要素を1つも持たない集合
- ϕ, {} などと書く

部分集合

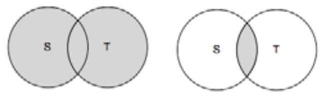
- ある集合の一部の要素からなる集合
  - { a, b, c } に対して { a }, { a, c } など
  - 空集合も部分集合
- $T \subseteq S$
  - 集合 T は集合 S の部分集合
  - T = S でもよい
- $T \subset S$
  - 集合 T は集合 S の真部分集合
  - T = S ではない

べき集合

- ある集合のすべての部分集合からなる集合
  - { a, b, c } に対して
    { ϕ, { a }, { b }, { c }, { a, b }, { a, c }, { b, c }, { a, b, c } }
- 2^S
  - 集合 S のべき集合

演算

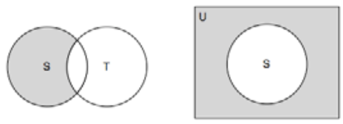
- 和集合
  - 2つの集合の要素をすべて集めた集合
- 積集合
  - 2つの集合の両方に含まれる要素を集めた集合



$S \cup T$　　$S \cap T$

演算

- 差集合
  - 一方の集合から他方の集合に含まれる要素を除いた集合
- 補集合
  - ある集合に含まれない要素からなる集合



$S - T$　　$\bar{S}$

直積

- 順序対
  - (s, t)
  - 集合 S の要素 s と、集合 T の要素 t の組
    - ただし、順序付き
    - (s, t) と (t, s) は異なる
- 順序対の集合が直積
  - S × T
- { a, b } × { 1, 2 } = { (a,1), (a,2), (b,1), (b,2) }

関係

- 「もの」と「もの」の間に何らかの関係がある
  - 「関係」を一般的に書くには？
- 「関係」がある「もの」と「もの」の組み合わせを列挙すればよい
  - 組み合わせは順序対
- 関係は直積の部分集合

例えば、数の大小関係

- S = { 1, 2, 3 } 上の大小関係 ＜
  - S × S の部分集合
- 1 ＜ 2, 1 ＜ 3, 2 ＜ 3 なので
  ＜ = { (1,2), (1,3), (2,3) }

反射性

- 任意の s ∈ S に対して sRs
  - R は S 上の関係
- 例えば { (a,a), (b,b) }

対称性

- xRy ならば yRx
  - R は S 上の関係で x, y ∈ S
- 例えば { (a,b), (b,a), (c,c) }

反対称性

- xRy かつ yRx ならば x = y
  - R は S 上の関係で x, y ∈ S
- 例えば { (a,a), (a,b), (a,c), (b,b), (b,c), (c,c) }

推移性

- xRy かつ yRz ならば xRz
  - R は S 上の関係で x, y, z ∈ S
- 例えば { (a,b), (a,c), (b,c) }

順序関係

- 反射的 かつ 反対称的 かつ 推移的 な関係
- 全順序関係
  - 集合 S 上の順序関係 R
  - S の任意の2つの要素間に R または R^{-1} が成立

同値関係

- 反射的 かつ 対称的 かつ 推移的 な関係

関係の合成

- 2つの関係を順にたどることができる関係
  - $R_1 \subseteq S \times T$, $R_2 \subseteq T \times U$
  - $R_1 \circ R_2$ = { (s,u) | ∃t ∈ T . sR_1t かつ tR_2u }
- { (1,a) } と { (a,A) } を合成すると { (1,A) }