

ソフトウェアモデル論(2010年度)  
第2回・2010/10/04

桑原 寛明  
情報理工学部 情報システム学科

有限オートマトンと正規表現

ソフトウェアモデル論(2010/10/04)

2

順序機械

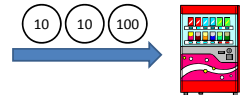
- ある入力を与えると、内部で何かを行って、何かを出力する機械
  - 次の出力は、今までの入力と次の入力によって決定される
- 今までの入力によって機械の内部状態が決定される
  - 入力による内部状態の変化が状態遷移

ソフトウェアモデル論(2010/10/04)

3

例(自動販売機)

- 120円のジュースを買いたい
- 100円、10円、10円の順に硬貨を投入する
- 自動販売機は硬貨がいくら投入されたか記憶しなければならない
- 120円投入されたらジュースのランプを点灯する

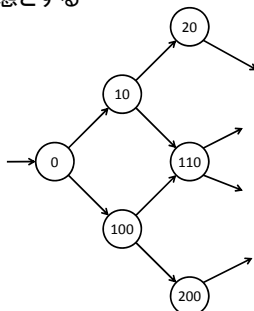


ソフトウェアモデル論(2010/10/04)

4

例(自動販売機)

投入された金額を状態とする  
状態遷移図

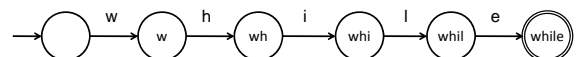


ソフトウェアモデル論(2010/10/04)

5

その他の例

- 順序回路
- コンパイラの字句解析・構文解析



ソフトウェアモデル論(2010/10/04)

6

### オートマトン

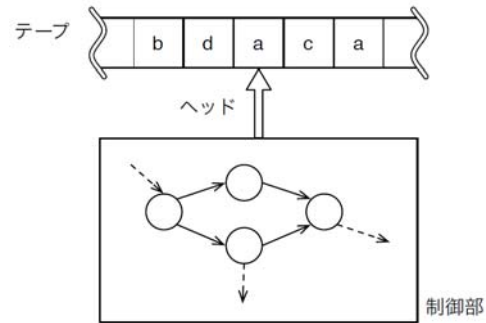
- 順序機械を一般的に記述するモデル
- 計算機が実行する「計算」を抽象的に表現するモデル

- 有限オートマトン
  - プッシュダウンオートマトン
  - 線形有界(拘束)オートマトン
  - チューリング機械
- ↑ 低  
↓ 高  
表現能力

ソフトウェアモデル論(2010/10/04)

7

### オートマトンの概念図



ソフトウェアモデル論(2010/10/04)

8

### 有限オートマトン

- 以下の制限を加えたオートマトン
  - 読み出しのみ
  - 1マス読んだら必ずヘッドを右へ1マス移動
  - 左端のマスから開始

ソフトウェアモデル論(2010/10/04)

9

### 有限オートマトンの動作

1. ヘッドの位置のマスを読む
2. 読んだ記号に従って状態遷移する
3. ヘッドを1マス右へ移動する
4. テープ上のすべての記号を読んで状態遷移が終わった時に、状態が最終状態になっていれば入力された記号列を受理する

ソフトウェアモデル論(2010/10/04)

10

### 決定性有限オートマトン (DFA)

- $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$
- $Q$  : 状態の有限集合 ( $\neq \emptyset$ )
  - $\Sigma$  : 入力記号の有限集合
  - $\delta$  : 状態遷移関数 ( $Q \times \Sigma \rightarrow Q$ )
  - $q_0$  : 初期状態 ( $\in Q$ )
  - $F$  : 受理状態の集合 ( $\subseteq Q$ )

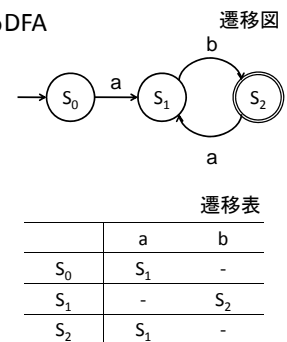
ソフトウェアモデル論(2010/10/04)

11

### DFAの例

- abの繰返しを受理するDFA

- $Q : \{S_0, S_1, S_2\}$   
 $\Sigma : \{a, b\}$   
 $\delta : (S_0, a) \rightarrow S_1,$   
 $(S_1, b) \rightarrow S_2,$   
 $(S_2, a) \rightarrow S_1$   
 $q_0 : S_0$   
 $F : \{S_2\}$



ソフトウェアモデル論(2010/10/04)

12

### 主要な概念

- アルファベット
  - 記号の有限集合
- 語
  - 記号列
- アルファベットから作られる語の集合
  - $\Sigma = \{0, 1\}$  ならば
  - $\Sigma^* = \{\epsilon, 0, 1, 00, 01, 10, 11, 000, \dots\}$
- $\Sigma$ 上の言語L
  - $L \subseteq \Sigma^*$

ソフトウェアモデル論(2010/10/04)

13

### 遷移関数の拡張

- 状態と語を受け取って状態を返すように拡張

$$\hat{\delta} : Q \times \Sigma^* \rightarrow Q$$

$$\hat{\delta}(q, \epsilon) = q$$

$$\hat{\delta}(q, wa) = \delta(\hat{\delta}(q, w), a)$$

ソフトウェアモデル論(2010/10/04)

14

### 受理言語

- $\delta(q_0, w) \in F$ ならば語wは受理される
  - 開始状態から開始して受理状態で終了
- オートマトンMの受理言語  $L(M) = \{w \mid \delta(q_0, w) \in F\}$ 
  - 受理される語の集合
- $L(M_1) = L(M_2)$ の時 $M_1$ と $M_2$ は等しい
  - オートマトンが等しいとは受理言語が等しいこと

ソフトウェアモデル論(2010/10/04)

15

### 非決定性有限オートマトン (NFA)

$$M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$$

$Q$  : 状態の有限集合 ( $\neq \emptyset$ )

$\Sigma$  : 入力記号の有限集合

$\delta$  : 状態遷移関数 ( $Q \times \Sigma \rightarrow 2^Q$ )

$q_0$  : 初期状態 ( $\in Q$ )

$F$  : 受理状態の集合 ( $\subseteq Q$ )

ソフトウェアモデル論(2010/10/04)

16

### NFAにおける語の受理

- NFAでは遷移先が2つ以上の場合がある
  - e.g.  $\delta(q, a) = \{q', q''\}$
- 入力された語に対して遷移列も複数ある
- 受理状態で終了する遷移列が1つでもあれば受理する

ソフトウェアモデル論(2010/10/04)

17

### NFAの例

- aの1回以上の繰返しを受理するNFA

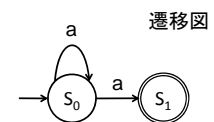
$$Q : \{S_0, S_1\}$$

$$\Sigma : \{a\}$$

$$\delta : (S_0, a) \rightarrow \{S_0, S_1\}$$

$$q_0 : S_0$$

$$F : \{S_1\}$$



遷移表

	a
$S_0$	$S_0, S_1$
$S_1$	-

ソフトウェアモデル論(2010/10/04)

18

### DFAとNFAの等価性

- DFAはNFAの特殊な場合である
  - DFAは遷移先が一意に決められるNFA
- NFAをシミュレートするDFAを作ることができる
- 受理言語が同じであればNFAの方が作りやすいことが多い